

## **ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

**Дисциплина:** Математика

**1. Примерный перечень вопросов для проведения промежуточной аттестации (дифференцированный зачет, экзамен)**

1. Последовательности. Способы задания и свойства числовых последовательностей. Понятие о пределе последовательности.
2. Предел функции в точке. Теоремы о пределах. Вычисление предела на бесконечности.
3. Вычисление пределов.
4. Непрерывность функций. Свойства непрерывных функций. Виды разрывов.
5. Производная и ее физический смысл. Общий метод нахождения производной. Производная сложной функции.
6. Производная показательных и логарифмических функций. Производная тригонометрических функций.
7. Дифференцирование функций.
8. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали.
9. Вторая производная, ее физический смысл. Вычисление скорости и ускорения.
10. Физический и геометрический смысл производной.
11. Признаки возрастания и убывания функций. Точки экстремума. Выпуклость функции. Точки перегиба.
12. Нахождение точек экстремума и точек перегиба. Исследование функции. Построение графиков.
13. Исследование функции на точки экстремума и точки перегиба.
14. Первообразная. Неопределенный интеграл. Его свойства.
15. Табличные интегралы. Нахождение неопределенных интегралов.
16. Вычисление неопределённых интегралов.
17. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
18. Вычисление определенного интеграла.
19. Геометрический смысл определенного интеграла.
20. Вычисление площади криволинейной трапеции.

## 2. Контрольная работа №1

### Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства.

1 вариант

1. Вычислите значение выражения:

$$\left(75 : 4\frac{1}{6} - 3\frac{9}{23} \cdot 3\right) \left(1\frac{5}{18} + 0,35 - \frac{11}{15}\right) : 1,4$$

2. Упростите выражение:  $\frac{y^2}{y^2-1} + \frac{1}{y^2-1} : \left(\frac{2}{2y-y^2} - \frac{1}{2-y}\right)$

Решить дробно-линейное  
уравнение

3.

$$\frac{x}{x-2} + \frac{5}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$$

2 вариант

1. Вычислите значение выражения:

$$45,09 : 1,5 - \left(2\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{2} - 2,5 \cdot 2\frac{1}{2}\right) : 4\frac{1}{4}$$

2. Упростите выражение:

$$\frac{2m}{m^2-4} - \frac{2}{m^2-4} : \left(\frac{m+1}{2m-2} - \frac{1}{m-1}\right)$$

Решить дробно-линейное  
уравнение

3.

$$\frac{4x}{x+3} - \frac{5}{3-x} = \frac{1}{x-3} - 1$$

## Контрольная работа №2

### Расположение прямых и плоскостей в пространстве. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Скрещивающиеся прямые.

#### 1 вариант

**Задание 1:** Из точки  $A$ , отстоящей от плоскости на 12 см, проведена к этой плоскости наклонная  $AB=37$  см. Найти проекцию  $AB$  на плоскость.

**Задание 2:** Прямая линия, пересекает две параллельные плоскости и образует с ними угол  $30^\circ$ . Расстояние между плоскостями 20 см. Найти длину отрезка прямой, заключенной между этими плоскостями

**Задание 3:** Точка  $M$ , находящаяся над плоскостью квадрата на расстоянии 16 см проектируется в одну из его вершин. Определить расстояние от точки  $M$  до всех вершин квадрата, если сторона квадрата 10 см.

**Задание 4:** Катеты прямоугольного треугольника  $ABC$  равны 4 см и 5 см. Из вершины прямого угла  $C$  восстановлен к его плоскости перпендикуляр  $CM=7$  см. Найти расстояние от точки  $M$  до гипотенузы.

#### 2 вариант

**Задание 1:** Отрезок наклонной  $AB=12$  см. Проекция этого отрезка на плоскость равна 8 см. Найти расстояние от точки  $A$  до плоскости  $\alpha$ .

**Задание 2:** Прямая линия, пересекает две параллельные плоскости и образует с ними угол  $45^\circ$ . Расстояние между плоскостями 12 см. Найти длину отрезка прямой, заключенной между этими плоскостями.

**Задание 3:** Из вершины  $B$  прямоугольника  $ABCD$  восстановлен к его плоскости перпендикуляр  $BF=12$  см. Найти расстояние от концов перпендикуляра до вершин прямоугольника, если стороны прямоугольника 7 см и 6 см.

**Задание 4:** Катеты прямоугольного треугольника  $ABC$  равны 9 см и 5 см. Из вершины прямого угла  $C$  восстановлен к его плоскости перпендикуляр  $CM=6$  см. Найти расстояние от точки  $M$  до гипотенузы.

## Контрольная работа №3

Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Компланарные векторы. Скалярное произведение векторов. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Простейшие задачи в координатах. Координаты вектора, расстояние между точками, координаты середины отрезка, скалярное произведение векторов в координатах, угол между векторами, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями.

## 1 вариант

| №<br>п/п | Название операции                     | Формулы                                                                                                                 |
|----------|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Найти сумму векторов                  | $\vec{a}\{1;-2;3\}, \quad \vec{b}\{4;0;-1\}$<br>$\vec{a} + \vec{b}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$                  |
| 2        | Найти разность векторов               | $\vec{a}\{4;1;-3\}, \quad \vec{b}\{0;-5;2\}$<br>$\vec{a} - \vec{b}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$                  |
| 3        | Найти произведение вектора на число   | $\vec{a}\{-1;3;1\}, \quad \delta - \text{число } \delta = -3$<br>$\delta \vec{a}\{\delta \cdot x; \delta y; \delta z\}$ |
| 4        | Вычислить координаты середины отрезка | Точка А(1;2;-3). Точка В (-3;4;-1). Точка С-                                                                            |

|    |                                                    |                                                                                                                                                                                      |
|----|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                    | середина отрезка АВ. $C(x_c; y_c; z_c)$ $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}$<br>$y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}; z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}.$                                                       |
| 5  | Найти координаты вектора                           | Точка А (5;0;-3). Точка В (-1;4;-7) Находим координаты вектора $\vec{AB}$ . Из координат конца вычислить координаты начала вектора $\vec{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$     |
| 6  | Найти длину вектора                                | $\vec{a}\{3;-2;0\}$<br>$ \vec{a}  = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$                                                                                                                          |
| 7  | Вычислить скалярное произведение векторов          | $\vec{a}\{-2;3;7\}, \quad \vec{b}\{-9;0;2\}$<br>$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$                                                              |
| 8  | Найти косинус угла между векторами                 | $\vec{a}\{2;0;1\}, \quad \vec{b}\{-3;1;2\}$<br>$\cos \alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$ |
| 9  | При каких значениях $m$ и $n$ векторы коллинеарны? | $\vec{a}\{m;3;1\}, \quad \vec{b}\{1;n;2\}$<br>$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$                                                                              |
| 10 | Проверьте перпендикулярность векторов              | $\vec{a}\{-4;0;1\}, \quad \vec{b}\{2;7;8\}$<br>$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ - условие перпендикулярности векторов                                             |

## 2 вариант

| №<br>п/п | Название операции                                  | Формулы                                                                                                                                                                                             |
|----------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Найти сумму векторов                               | $\vec{a}\{2; -3; 4\}, \quad \vec{b}\{-1; 2; 0\}$<br>$\vec{a} + \vec{b}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$                                                                                          |
| 2        | Найти разность векторов                            | $\vec{a}\{4; -5; 7\}, \quad \vec{b}\{3; -1; 2\}$<br>$\vec{a} - \vec{b}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$                                                                                          |
| 3        | Найти произведение вектора на число                | $\vec{a}\{-2; 4; 0\}, \quad \delta - \text{число } \delta = -4$<br>$\delta \vec{a}\{\delta \cdot x; \delta y; \delta z\}$                                                                           |
| 4        | Вычислить координаты середины отрезка              | Точка А $(-3; 1; 2)$ Точка В $(2; -3; 1)$ Точка С -<br>середина отрезка АВ. $C(x_c, y_c, z_c)$<br>$x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}.$    |
| 5        | Найти координаты вектора                           | Точка А $(6; -3; 4)$ . Точка В $(1; -4; 7)$ .<br>Находим координаты вектора $\vec{AB}$ . Из координат<br>конца вычислить координаты начала вектора<br>$\vec{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$ |
| 6        | Найти длину вектора                                | $\vec{a}\{0, 2, -2\}$<br>$ \vec{a}  = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$                                                                                                                                       |
| 7        | Вычислить скалярное произведение векторов          | $\vec{a}\{-3; 2; 9\}, \quad \vec{b}\{-7; 0; 3\}$<br>$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$                                                                         |
| 8        | Найти косинус угла между векторами                 | $\vec{a}\{4; 1; 0\}, \quad \vec{b}\{-5; 3; 1\}$<br>$\cos \alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$            |
| 9        | При каких значениях $m$ и $n$ векторы коллинеарны? | $\vec{a}\{m; 5; 3\}, \quad \vec{b}\{2; n; 4\}$<br>$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$                                                                                         |
| 10       | Проверьте перпендикулярность векторов              | $\vec{a}\{0; -3; 2\}, \quad \vec{b}\{9; 4; 6\}$<br>$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ - условие<br>перпендикулярности векторов                                                     |

**Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений и неравенств в том числе с использованием свойств функций.**

1 вариант

1. а) Перевести угол  $765^\circ$  из градусной меры в радианную меру  
б) Перевести угол  $35\pi/4$  из радианной меры в градусную меру.
2. Вычислить по таблице  
 $\operatorname{tg}^2(\pi/3) + \operatorname{ctg}(\pi/6) - 2*\sin(\pi/3) + \sin(\pi) + 4*\cos(3\pi/2) - 2*\cos(\pi/3)$
3. Вычислить используя формулы четности функции  
 $\cos(-\pi)*\sin(-\pi/2)*\sin(-3\pi/2)$
4. Определить в какой четверти находится угол  
а)  $5472^\circ$       б)  $23\pi/12$
5. Вычислить используя формулы периодичности функции  
а)  $\cos 630^\circ - \sin 1470^\circ - \operatorname{ctg} 1125^\circ$   
б)  $4*\cos(-8\pi/3)*\operatorname{ctg}(-3\pi/4)*\sin(3\pi/2)$
6. Вычислить по формулам приведения  
а)  $\operatorname{tg}(3\pi/2-\alpha)*\operatorname{tg}(\pi+\alpha) - \cos(\pi/2+\alpha)*\sin(\pi+\alpha)$   
б)  $\cos(3\pi/2+\alpha) - \sin(\pi-\alpha) - \operatorname{tg}(\pi+\alpha)$
7. Решить тригонометрическое уравнение:

$$\cos \frac{x}{6} = 0;$$

2 вариант

1. а) Перевести угол  $72^\circ$  из градусной меры в радианную меру  
б) Перевести угол  $11\pi/12$  из радианной меры в градусную меру.
2. Вычислить по таблице  
 $\operatorname{ctg}(\pi/2) + \operatorname{tg}(\pi) - \sin(3\pi/2) - \cos(\pi/2) + \sin(\pi)$
3. Вычислить, используя формулы четности функции  
 $2*\cos(-\pi)*\cos(-2\pi)*\sin(-3\pi/2)$
4. Определить в какой четверти находится угол  
а)  $7218^\circ$       б)  $11\pi/15$
5. Вычислить, используя формулы периодичности функции  
а)  $\operatorname{tg} 1800^\circ - \sin 495^\circ + \cos 945^\circ$   
б)  $2*\cos(-17\pi/6)*\operatorname{ctg}(35\pi/6)*\sin(-3\pi/2)$
6. Вычислить по формулам приведения  
а)  $\cos(\pi/2-\alpha)*\sin(\pi+\alpha) + \sin(2\pi-\alpha)*\sin(3\pi/2+\alpha)$   
б)  $\sin(3\pi/2-\alpha)*\cos(\pi-\alpha) + \sin(\pi-\alpha)*\sin(\pi+\alpha)$
7. Решить тригонометрическое уравнение:

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

### Контрольная работа №5

**Формулы и правила дифференцирования. Исследование функций с помощью производной. Наибольшее и наименьшее значения функции.**

1 вариант

Построить график функции:

1)  $y = 2x^2 - 5x + 3$ ;

2)  $y = 2x^3 + 6x^2 - 9$ ;

3)  $y = x^4 - 12x^3 + 1$ ;

2 вариант

Построить график функции:

1)  $y = x^2 - 7x + 3$ ;

2)  $y = x^3 - 6x^2 + 2$ ;

3)  $y = x^4 - 3x^3 + 5$ .

### Контрольная работа №6

1 вариант

**Объемы и площади поверхности многогранников и тел вращения.**

1. В правильной треугольной призме сторона основания 4 см, высота призмы 9 см. Найти площадь и объем призмы.

2. В правильной 4х-угольной призме сторона основания 6 см, а боковое ребро 10 см. Найти площадь и объем призмы.

3. Осевое сечение конуса — правильный треугольник, сторона которого 6 см. Вычислить объем конуса.

4. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна 4 см. Вычислить объем

2 вариант

1. В правильной треугольной призме сторона основания 7 см, высота призмы 15 см. Найти площадь и объем призмы.

2. В правильной 3х-угольной призме сторона основания 16 см, а боковое ребро 24 см. Найти площадь и объем призмы

3. Осевое сечение конуса — правильный треугольник, сторона которого 10 см. Вычислить объем конуса.

4. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого 8 см. Вычислить площадь боковой поверхности цилиндра.

### Контрольная работа №7

**Первообразная функции. Правила нахождения первообразных. Ее применение.**

1 вариант

Вычислить неопределенный интеграл:

1.  $\int x dx$

2.  $\int x^2 dx$

3.  $\int x^5 dx$

4.  $\int 2 dx$

5.  $\int 6x dx$

6.  $\int \frac{1}{3} t^3 dt$

7.  $\int (3 - x) dx$

2 вариант

Вычислить неопределенный интеграл:

1.  $\int x dx$
2.  $\int x^3 dx$
3.  $\int x^6 dx$
4.  $\int 3 dx$
5.  $\int 5x dx$
6.  $\int \frac{1}{3} t^3 dt$
7.  $\int (4-x) dx$

### Контрольная работа №8

**Определение степенной функции. Использование ее свойств при решении уравнений и неравенств.**

1 вариант

**1. Вычислите:**

а)  $\sqrt[4]{0,0625} - \sqrt[5]{-243}$ ;

б)  $\sqrt[4]{2^3 \cdot 3^5} \cdot \sqrt[4]{2^5 \cdot 3^7}$ .

**2. Расположите числа в порядке убывания:**  $\sqrt[3]{31}$ ;  $\sqrt{10}$ ;  $\sqrt[6]{666}$ .

**3. Постройте график функции:**  $y = -\sqrt[3]{x-1} + 3$ .

**4. Вычислите:**  $\sqrt{40\sqrt{12}} - 4\sqrt[4]{75}$ .

**5. Решите уравнение:**  $\sqrt[3]{x^2 - x - 131} = -5$ .

---

**6. Найдите значение выражения**

$$\sqrt{9b^2} - \sqrt[3]{8b^3} - \sqrt[4]{256b^4} + \sqrt[8]{2401} \text{ при } b = \sqrt{7} - 3.$$


---

**7. Решите уравнение**  $\sqrt[3]{81x} + \sqrt[3]{243x^2} = 6$ .

2 вариант

1. Вычислите:

а)  $\sqrt[3]{-0,343} + \sqrt[6]{729}$ ;

б)  $\sqrt[5]{2^7 \cdot 11^3} \cdot \sqrt[5]{2^8 \cdot 11^7}$ .

2. Расположите числа в порядке возрастания:  $\sqrt[4]{2}$ ,  $\sqrt[3]{3}$ ,  $\sqrt[6]{11}$ .

3. Постройте график функции:  $y = -\sqrt[4]{x+3} - 5$ .

4. Вычислите:  $6\sqrt[4]{75} - 2\sqrt{15}\sqrt{27}$ .

5. Решите уравнение:  $\sqrt[5]{x^2 - x - 44} = -2$ .

---

6. Найдите значение выражения

$$\sqrt{25a^2} + \sqrt[3]{64a^3} - \sqrt[4]{16a^4} - \sqrt[6]{676} \text{ при } a = \sqrt[3]{26} - 3.$$

---

7. Решите уравнение  $\sqrt[5]{128x^2} = 24 + \sqrt[5]{64x}$ .

#### Контрольная работа №9

Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей и методом введения новой переменной. Решение показательных неравенств.

1 вариант

**1. Решите уравнения:**

**а.**  $7^x = 49$  ;

**б.**  $8^{x^2-2} = 64^x$  ;

**в.**  $5^{x-4} = 1$

**г.**  $25^x = 7^{2x}$

**2. Решите уравнение:**

$$\left(\frac{16}{9}\right)^x = \left(\frac{3}{4}\right)^5$$

**3. Найдите сумму корней уравнения**

$$5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

**4. Решите неравенства:**

**а.**  $2^x \geq 4$

**б.**  $0,6^{x^2+3x} \geq 0,6^0$

**5. Найдите наибольшее целое решение неравенства**

$$2^x + 2^{x+2} \leq 20$$

### **1. Решите уравнения:**

**а.**  $2^{4x} = 8$ ;

**б.**  $9^{x-5} = 1$ ;

**в.**  $6^{4x^2-2x} = 36$

**г.**  $27^x = 5^{3x}$

### **2. Решите уравнение:**

$$\left(\frac{4}{25}\right)^{x+2} = \left(\frac{5}{2}\right)^6$$

### **3. Найдите сумму корней уравнения**

$$2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$$

### **4. Решите неравенства:**

**а.**  $2^x \leq 8$

**б.**  $0,3^{x+4} \leq 0,3^2$

### **5. Найдите наименьшее целое решение неравенства**

$$3^x + 3^{x+2} \succ 30$$

#### **Контрольная работа №10**

**Логарифмическая функция. Решение простейших логарифмических уравнений.**

1 вариант

1. Вычислите:

$$\text{a) } \log_2 14 - \log_2 7; \quad \text{б) } \log_3 36 - \log_3 \frac{8}{27} + \log_3 18; \quad \text{в) } 6^{\log_6 27}.$$

2. Решите уравнение:

$$\text{a) } \log_2 (x - 3) = \log_2 10; \quad \text{б) } \log_3 (1 - 6x) = \log_3 (17 - x^2); \quad \text{в) } \log_{1/3} (x - 2) = -2.$$

3. Решите неравенство:

$$\text{a) } \log_2 (x - 1) \leq \log_2 (2x + 3); \quad \text{б) } \log_{1/3} (2x + 1) > -1.$$

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 8^{\log_8 (x-y)} = 2, \\ 2^x - 2^y = 6 \log_4 2. \end{cases}$$


---

2 вариант

1. Вычислите:

$$\text{a) } \log_3 4 - \log_3 36; \quad \text{б) } \log_2 18 + \log_2 \frac{25}{9} + \log_2 \frac{1}{25}; \quad \text{в) } 7^{\log_7 36}.$$

2. Решите уравнение:

$$\text{a) } \log_5 (x + 4) = \log_5 25; \quad \text{б) } \log_2 (x + 2) = \log_2 (x^2 + x - 7); \quad \text{в) } \log_{1/3} (2x + 1) = -1.$$

3. Решите неравенство:

$$\text{a) } \log_{1/3} (3x - 1) > \log_{1/3} (2x + 3); \quad \text{б) } \log_3 (4x - 5) > 1.$$

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5^{\log_5 (x-y)} = 1, \\ 3^x - 3^y = 6 \log_2 8. \end{cases}$$

### Контрольная работа №11

**Операции с множествами. Описание реальных ситуаций с помощью множеств.  
Применение графов к решению задач.**

1 вариант

#### Упражнения

1. Пусть  $A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\}$ ,  $B = \{4; 3; 2; 1; 0; -1; -2\}$ ,

$C = \{x \mid -4 \leq x < 5\}$ . Запишите следующие множества  $A \cup B$ ,

$A \cap B, A \cup C, A \cap C, B \cup C, A \cap \mathbf{N}, A \cup \mathbf{N}, B \cup \mathbf{Z}, (A \cap B) \cap \mathbf{N}$ .

2 вариант

## Упражнения

1. Найдите  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ :

а)  $A = [-11; 4]$ ,  $B = (2; 8]$ ;

### Контрольная работа №12

**Элементы комбинаторики. Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей.**

1 вариант

1. В школьной столовой на первое можно заказать борщ, солянку, грибной суп, на второе - мясо с макаронами, рыбу с картошкой, курицу с рисом, а на третье - чай и компот. Сколько различных обедов можно составить из указанных блюд?
2. В школьной столовой на первое можно заказать борщ, солянку, грибной суп, на второе - мясо с макаронами, рыбу с картошкой, курицу с рисом, а на третье - чай и компот. Сколько различных обедов переставить буквы в слове абракадабра?
3. Сколькими способами можно разместить восемь пассажиров в три вагона?

2 вариант

4. Из учащихся пяти 11 классов нужно выбрать двоих дежурных. Сколько пар дежурных можно составить (ученики в паре не должны быть из одного класса)?
5. Сколько различных двузначных чисел можно составить при помощи цифр 4, 7, 9? (Цифры в записи числа не повторяются).
6. Сколько различных трёхзначных чисел можно составить с помощью цифр 1, 3, 7?